

ラジアスエンドミル加工時の工具経路間隔計算における基準点位置の検討

関根 務*¹

Study on a reference point for path interval calculation in filleted end milling

Tsutomu SEKINE*¹

ABSTRACT : This study focuses on a computational approach of path interval determination in filleted end milling. Path interval is known as a machining condition achieving a suitable balance between manufacturing efficiency and machined surface quality even in multi-axis machining. However, the practical knowledge has been scarcely reported so far. In this study, the two reference points were investigated to provide a suitable path interval under a tool inclination angle along a feed direction. As a result, a path interval could be properly determined using a reference point on the outer surface of torus representing a tool tip radius.

Keywords : filleted end milling, path interval, CAM, 5-axis CNC machining

(Received April 16, 2019)

1. 緒言

近年、自動車産業から医療・健康分野に至るまで、製品の高感性化に対する社会の要求は益々高くなってきており、意匠性に対してユーザが抱く印象も重要視され、製品の美しいデザイン形状が盛んに追求されている。そうした社会動向から、複雑形状加工のニーズは拡大している。多軸制御エンドミル加工は、複雑形状を能率的に精度よく生産できる技術として広く知られ、更なる高度化が求められている^{1),2)}。

複雑形状のエンドミル加工では、主にCAD/CAM等のコンピュータ援用技術を用いて工具経路を計画する。その工程の中で、所望のスカロップ高さが得られるように工具経路間隔を定めることで、ねらいの加工面性状への見通しが立つことになる。このように、工具経路間隔は加工面性状と生産効率のバランスを考慮できるパラメータの1つである。しかし、工具経路間隔とスカロップ高さの関係が実用レベルで支障のない程に解明されているのは、ボールエンドミル加工のみである^{3)~5)}。

一般に、ボールエンドミル加工の工具経路間隔は工具先端形状を半球として捉え、瞬間的な2次元断面における工具先端形状の掃引領域を考えることにより与えられ

る。そのため、工具姿勢が変化しても工具先端形状は常に同じ取り扱いの下で工具経路間隔の導出が可能である。なお、半球状の先端部以外を利用するような特殊な条件下の場合にはこの限りではない。

一方で、スクエアエンドミル^{6)~11)}やラジアスエンドミル^{12)~17)}を用いた多軸制御加工では、工具姿勢の変化に伴い、工作物と干渉する工具先端形状による掃引領域の形態が多様に変化していくことを考慮して問題を捉えていくことが必要となる。そのため、単純な加工状態でさえ、その特徴把握は容易ではなく、関連する研究報告は僅少である。

本研究で対象としているラジアスエンドミル加工では、これまでにいくつかの工具経路間隔決定法が提案されている。例えば、切削時における有効工具径に基づいて交点問題を近似的に考えて工具経路間隔を導出する方法¹⁴⁾や、工具先端形状をトーラス（輪環面）として扱い、3次元幾何学に基づいて工具経路間隔を導出する方法^{15),16)}などがある。しかし、これらの考え方では、ラジアスエンドミルの切れ刃位置の一部の動きに注目して限定的に捉えているため、切れ刃全体として考えたときに、切削状態によっては実用に適さない可能性があった。

そこで本報では、工具進行方向への傾きを有する工具姿勢のラジアスエンドミル加工を対象とし、そのときの工具経路間隔計算における基準点位置を3次元幾何学に

*¹ : システムデザイン学科准教授 (tsekine@st.seikei.ac.jp)

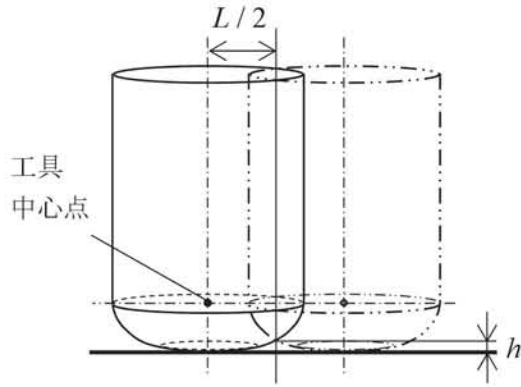


図1 傾斜したラジাসエンドミルによる平面加工

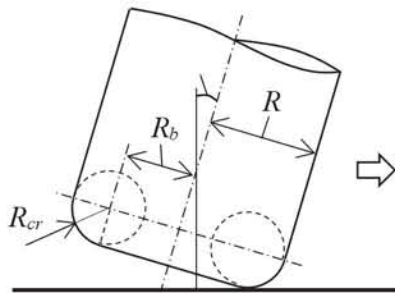


図2 ラジাসエンドミル加工（傾斜角 ρ ）の概念図

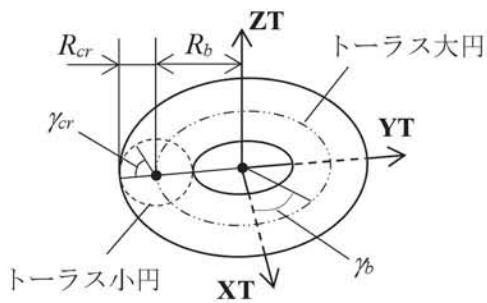


図3 工具先端形状の特徴を備えたトーラス

基づいて検討し、スカロップ高さの設定値に基づいた適切な基準点位置を数値的に明らかにする。なお、著者らは既に3次元幾何学に基づいて、ラジাসエンドミル加工時の工具経路間隔を得ることのできる計算アルゴリズムを与えている^{16,17}。

2. ラジাসエンドミル加工の工具経路間隔

図1に示すような工具進行方向にのみ傾きをもつラジাসエンドミルによる平面加工を対象とし、そのときの工具経路間隔について考える。一般に、工具経路間隔は隣り合う工具経路に沿って加工する工具の中心点間距離 L として表される。しかし、この表現では様々な工具姿勢の変化を伴う加工状態の下で、柔軟に工具経路間隔を調整できないことがわかっている。そこで、本報でも既報

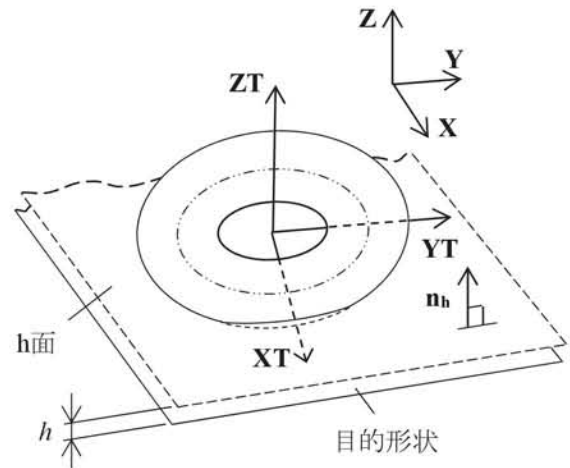


図4 目的形状に接する傾斜したトーラス



図5 トーラス断面（切れ刃）の変化

で得られた知見を重視して、片側の工具経路間隔のみに注目することで、便宜的に $L/2$ を工具経路間隔として利用する。また、スカロップ高さを h とする。

ラジাসエンドミル形状は、図2のような一般的な形状を取り扱う。以下では、設定される各座標系は右手系からなり、それらの軸を表すベクトルはすべて正規化されているものとする。図2において、 R は工具半径であり、 R_{cr} は切れ刃先端のコーナ半径である。また、 ρ は工具進行方向への工具傾斜角を表している。ここで、工具先端の3次元形状の表現として、図3に示すようなトーラス（輪環面）を考え、その小円の半径が R_{cr} となるように切れ刃先端部をモデル化する。このとき、図に示すように R_b はトーラスの大円（中心曲線）の半径であり、 R および R_{cr} と次式の関係性を有している。

$$R_b = R - R_{cr} \tag{1}$$

なお、図3では、トーラス座標系として XT 、 YT および ZT の各軸方向成分を設定しており、ここで $XT - YT$ 平面はトーラスの小円が至る所で上下の半円となるように形状を切断する面である。

切れ刃先端形状の特徴をモデル化したトーラスを用いれば、図4に示すような目的形状に接する傾斜したトーラスの問題として工具経路間隔とスカロップ高さの関係

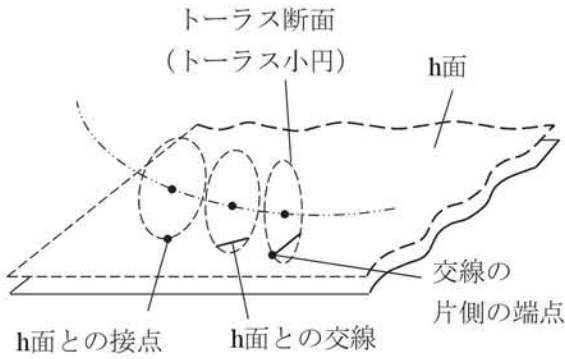


図6 トラス断面とh面との交線および接点

を考えることができる。図4では、グローバル座標系を設定しており、 X, Y および Z 軸の各成分は(1, 0, 0), (0, 1, 0)および(0, 0, 1)である。また、工具進行方向は X 軸方向と一致しており、 YT 軸を中心とした回転によって工具が傾斜している状態を考えている。ただし、 $YT = Y$ である。さらに、目的形状からスカロップ高さ h が一定の距離にある面を h 面として定義し、その面法線を n_h とする。なお、本報での座標系や工具姿勢の考え方は既報¹⁰⁾を基にしている。

トラス大円上の任意の点を中心としたトラス断面を、工具回転による切れ刃の任意の位置とすると、各トラス断面はその位置に応じて h 面に対する傾斜が異なるため、図5に示すように、その傾斜は3次的に変化していくことが明らかであろう。トラス断面が h 面と点接触するときの位置座標値は、ラジラスエンドミル加工時の工具経路間隔の計算過程で、1つの基準点になりうるため、問題を3次元幾何学的に捉える上で重要である。

切れ刃と h 面の点接触位置を把握するには、図6に示すようにトラス断面が h 面と点接触するまで、 h 面との交線をもつ(面同士が交差し、目的形状と h 面との間に一部分が含まれる)ことを利用するとよい。図7にトラス大円上の任意の点を中心としたトラス断面の概念図を示す。図に示すようにトラス大円上の任意の点 P_c と h 面との距離：

$$d_c = |\mathbf{P}_c - \mathbf{P}_d| \tag{2}$$

に注目する。図7において、 t_c は P_c におけるトラス大円の接ベクトルであり、また $m_c = t_c \times n_h$ である。さらに、 d_c はトラス断面の傾斜に沿って定義したベクトルが h 面と接する点を P_d としたとき、その点から P_c までの距離である。なお、この距離 d_c は図中の点 P_c から h 面までの垂直(最短)距離 d_n とは異なる。

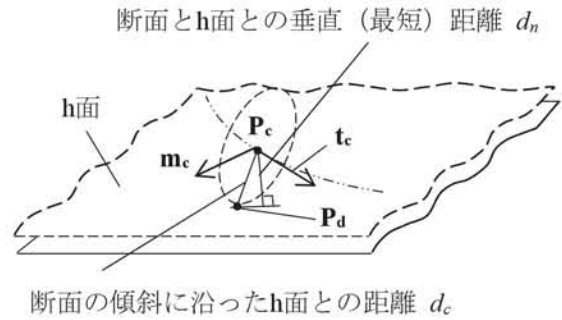


図7 トラス断面の傾斜に沿ったh面との距離

ここで、便宜的に ψ を ZT 軸を中心として XT 軸から右回りを正とする回転角、つまり $\psi = -\gamma_b$ と定義すれば、トラス大円上の各点における d_c は、以下の計算手順から求めることができる。

1. ZT 軸回りに P_a および t_a を角度 ψ 回転させたベクトルをそれぞれ P_c および t_c とし、それらを計算する。
2. 次式によって t_c の h 面に対する余弦 η を求める。

$$\eta = t_c \cdot \{(n_h \times t_c) \times n_h\} \tag{3}$$

3. 次式によって点 P_c から P_a までの移動量、つまり点 P_c から P_d までの距離を求める。

$$d_c = \frac{(R_{cr} - h + R_s \sin \rho - R_s \cos \psi \sin \rho)}{\eta} \tag{4}$$

なお、計算手順において、ベクトル間の \times 記号はベクトルの外積を表しており、 P_a はトラス断面の輪郭が目的形状と点接触するときのトラス大円上の中心位置であり、 t_a は P_a におけるトラス大円の接ベクトルである。上記に示した計算手順で求めた d_c が R_{cr} と等しくなるところが、トラス断面が h 面と点接触するとき、ラジラスエンドミル加工の工具経路間隔 $L/2$ が最大となる加工状態で、ねらいのスカロップ高さ h を実現するための指標となる。そこで、このような工具経路間隔を決定するときに指標となる点を基準点と呼ぶこととする。上述した場合には、基準点は d_c が R_{cr} と等しくなるときの P_c である。

一方で、上述した基準点を用いる場合には、スカロップ高さの設定値や加工状態によっては、工具経路間隔の推定値が許容される精度以上に小さくなってしまいう可能性がある。そうした場合、図6における交線の片側の端点(トラスの外周面にある端点)を基準点とするとよ

い。また、言い換えれば、その点はトーラス断面輪郭上の任意の位置とh面との交点となる。そのため、式(4)において d_c を求めることができれば、切れ刃先端のコーナ半径 R_{cr} は既知であるから、トーラス小円における中心角がこれら2つの長さの余弦から明らかとなり、それをを用いることで交点位置は与えられる。

このように、ラジラスエンドミル加工の状態に応じて適切に工具経路間隔を定めるためには、上述した2つの基準点の関係を明らかにし、どちらの基準点を用いた計算が適しているのかを十分に考える必要がある。

3. 工具経路間隔の計算アルゴリズム

上述した3次元幾何学に基づいたラジラスエンドミル加工状態の考え方から得られた d_c の計算手順を用いて、本研究では工具経路間隔 $L/2$ を求める方法として、以下のような計算アルゴリズムを提案する。

1. $R_b \sin \rho - R_b \cos \psi \sin \rho = 0.5h$ となるように、 ψ の初期値を決めて、その値を用いてZT軸回りに \mathbf{P}_a および \mathbf{t}_a を回転させ、 \mathbf{P}_c および \mathbf{t}_c を計算する。
2. $R_{cr} - d_c$ の値を次ステップの \mathbf{P}_c の参照点位置の指標として ψ の値を更新していくことで、 $|R_{cr} - d_c| < \varepsilon$ (ここで、 ε は収束判定値)となる \mathbf{P}_c および \mathbf{t}_c を探す。
3. $\mathbf{m}_c = \mathbf{t}_c \times \mathbf{n}_b$ を計算する (外積の計算)。
4. \mathbf{m}_c を回転軸として、 \mathbf{t}_c を角度 -0.5π ($-\pi/2$)だけ回転させ、そのベクトルを \mathbf{u}_c とする。
5. \mathbf{P}_c を \mathbf{u}_c 方向に大きさ R_{cr} で移動させ、その点を \mathbf{P}_{d1} とする。また、得られている ψ を ψ_1 と置く。
6. \mathbf{P}_c のY座標値と等しくなるようにトーラス外周面上に位置ベクトルを置き、その位置ベクトルに対応する角度 ψ_2 を求める。
7. 角度 ψ_1 から ψ_2 の範囲を適当な偶数個 ($n-1$ 個)に分割し、各々の角度において \mathbf{P}_a を計算する。
8. \mathbf{P}_a のY座標値が最大となるものを配列の中心に置き換え、次の細分割に向けて ψ_1 と ψ_2 を再設定する。

```

Algorithm: Path interval determination
Input:   $R, R_{cr}, \rho, h$ 
Output:  $L/2$ 

1: Set  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{XT}, \mathbf{YT}, \mathbf{ZT}, \mathbf{n}_b, \mathbf{P}_a, \mathbf{t}_a$ 
2: Calculate the initial value of  $\psi, \mathbf{P}_c$ , and  $\mathbf{t}_c$ 
3: Calculate  $\eta$  using Eq. (3)
4: Calculate  $d_c$  using Eq. (4)
5: do
6:   Update  $\psi$  according to  $R_{cr} - d_c$ 
7:   Update  $\mathbf{P}_c$  and  $\mathbf{t}_c$ 
8:   Calculate  $\eta$  using Eq. (3)
9:   Calculate  $d_c$  using Eq. (4)
10: while  $|R_{cr} - d_c| \geq \varepsilon$ 
11:    $\mathbf{m}_c \leftarrow \mathbf{t}_c \times \mathbf{n}_b, \mathbf{u}_c \leftarrow \mathbf{t}_c \times \mathbf{m}_c$ 
12:    $\mathbf{P}_d \leftarrow \mathbf{P}_c + R_{cr} \mathbf{u}_c$ 
13:    $\mathbf{P}_{d1} \leftarrow \mathbf{P}_d$ 
14:    $\psi_1 \leftarrow \psi$ 
15:   Calculate  $\psi_2$  using Y-axis component of  $\mathbf{P}_c$ 
16:   Let  $\mathbf{P}_a[1 \dots n]$  and  $\psi[1 \dots n]$  be new arrays
17:    $\psi[1] \leftarrow \psi_1, \psi[n] \leftarrow \psi_2$ 
18:   Calculate  $\psi[(n+1)/2]$ 
19:   Calculate  $\mathbf{P}_a[1], \mathbf{P}_a[(n+1)/2], \mathbf{P}_a[n]$ 
20: do
21:   for  $i = 2$  to  $(n+1)/2 - 1$ 
22:     and  $i = (n+1)/2 + 1$  to  $n - 1$  do
23:     Calculate  $\psi[i]$  and  $\mathbf{P}_a[i]$ 
24:   end for
25:   Calculate  $\mathbf{P}_a[1], \mathbf{P}_a[(n+1)/2], \mathbf{P}_a[n]$  based on
26:     max {Y-axis component of  $\mathbf{P}_a[i]: i = 1$  to  $n$ }
27:   while Y-axis component's difference of  $\mathbf{P}_a[i] \geq \varepsilon$ 
28:      $L/2 \leftarrow \max \{Y\text{-axis component of } \mathbf{P}_a[i]: i = 1 \text{ to } n\}$ 

```

図8 計算アルゴリズムの疑似コード

9. 隣り合う \mathbf{P}_a のY座標値の差が ε よりも小さくなるまで、手順7および8を繰り返し、最終的に最大値となった \mathbf{P}_a のY座標値を工具経路間隔 $L/2$ とする。

上記の工具経路間隔の計算アルゴリズムを疑似コードで表記したものを図8に示す。なお、この計算アルゴリズムは必要な初期値を入力すれば、発散することなく、必ず解を得られることを確認している。また、座標変換を用いれば、様々な工具姿勢をもつラジラスエンドミル加工時の工具経路間隔も計算可能である。

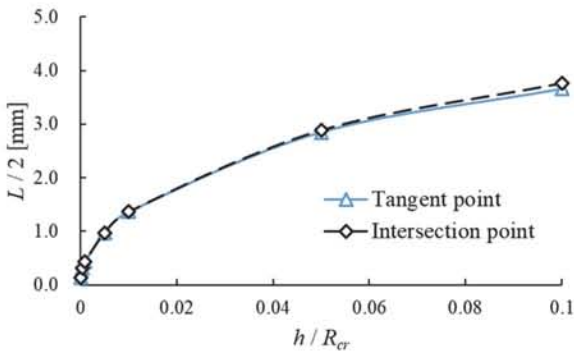


図9 h/R_{cr} における工具経路間隔の変化

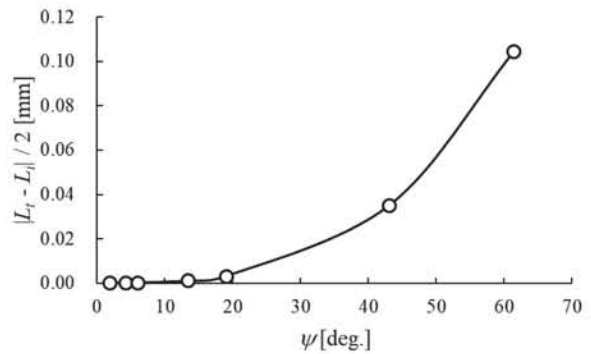


図11 ψ と $|L_r - L_i|/2$ の関係

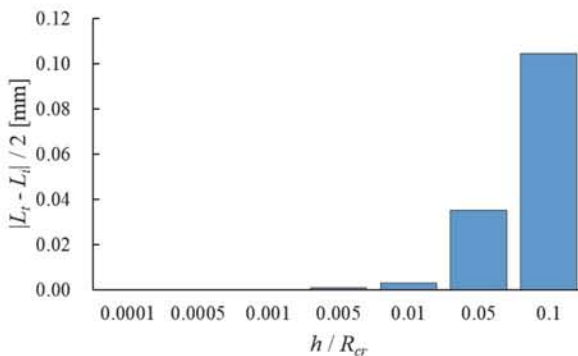


図10 h/R_{cr} における $|L_r - L_i|/2$ の変化

なお、以下ではトーラス断面がh面と点接触するときの基準点位置から求めた工具経路間隔を $L_t/2$ とし、トーラス断面輪郭上の任意の位置とh面との接触点を基準点位置として求めた工具経路間隔を $L_i/2$ と表記する。

4. 基準点位置の違いが計算結果に及ぼす影響

提案した計算アルゴリズムを用いて、 $R = 6.0 \text{ mm}$ 、 $R_{cr} = 2.0 \text{ mm}$ 、 $\rho = 5 \text{ deg}$ の条件下で、スカロップ高さ h を変化させて、そのときの工具経路間隔 $L/2$ の変化を調べた。全ての計算において、 $\epsilon = 10^{-6}$ とした。図9に、それぞれの基準点位置から得られた工具経路間隔 $L_t/2$ (Tangent point) および $L_i/2$ (Intersection point) を示す。図中の各値は、 h/R_{cr} を0.001から0.1までの各桁の特徴がわかるように選択した7点について計算したものである。また、各 h/R_{cr} における $|L_r - L_i|/2$ を図10に示す。両図からわかるように、 h/R_{cr} が小さい範囲では2つの基準点位置から算出した工具経路間隔にほとんど差はみられないが、 h/R_{cr} が大きくなるにつれて $|L_r - L_i|/2$ が急激に増加することがわかる。特に、図10を見ると明らかのように、 h/R_{cr} が0.1のときに $|L_r - L_i|/2$ は0.1にまでなることから、一般的な工作機械の分解能として考えても無視できない大きさになっていくことに注意が必要である。

図11に、ZT軸を中心としてXT軸から右回りを正とする回転角 ψ における $|L_r - L_i|/2$ の変化を示す。この図より、 ψ が20 degを超えたあたりから、急激に $|L_r - L_i|/2$ が増加していることがわかる。

これらの結果は、 ψ の値が大きくなると、2つの基準点位置が離れていくことを示している。つまり、トーラス断面輪郭上の任意の位置とh面との接触点がトーラスの外周面の外側寄りに推移していくことを表しており、スカロップ高さの設定値が比較的大きい場合には、トーラス断面がh面と点接触するときの基準点位置から求めた工具経路間隔 $L_t/2$ では、ピックフィード幅を小さく与えてしまうことを示している。

本報で対象とした $R = 6.0 \text{ mm}$ 、 $R_{cr} = 2.0 \text{ mm}$ 、 $\rho = 5 \text{ deg}$ の条件下では、 h/R_{cr} が0.001までの範囲であれば、一般的な加工精度において無視できる程に $|L_r - L_i|/2$ は小さいため、いずれの基準点位置を用いて計算した値を利用しても、工具経路間隔として実用的に問題はないと考えられる。また、工具経路間隔 $L_t/2$ (Tangent point)を用いた場合でも、加工能率は低下するが、スカロップ高さが設定した値よりも大きくなってしまわないことがわかった。

5. まとめ

本研究では、ラジラスエンドミルを用いた加工状態を3次元幾何学的に検討し、それに基づいて多軸制御ラジラスエンドミル加工の工具経路間隔を推定するための計算アルゴリズムを提案した。また、その計算アルゴリズムを疑似コードとして表記した。さらに、その計算アルゴリズムを用いて、工具進行方向に傾きをもつラジラスエンドミル加工時の工具経路間隔を計算する際の基準点位置について検討した結果、スカロップ高さの設定値が比較的大きい場合には、トーラス断面がh面と点接触するときの基準点位置から求めた工具経路間隔では、ピックフィード幅を小さく与えてしまうことがわかった。

今後、他の加工条件下におけるラジラスエンドミル加工時の工具経路間隔の特性についても詳細に明らかにしていくとともに、従来の方法との比較等も調べていく予定である。

6. 謝 辞

本研究の一部は公益財団法人大澤科学技術振興財団による助成を受けて遂行されたことをここに記して、深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) A. Lasemi, D. Xue and P. Gu: Recent development in CNC machining of freeform surfaces: A state-of-the-art review, *Computer-Aided Design*, Vol.42 (2010), pp.641.
- 2) R.J. Crippsa, B. Crossa, M. Huntb, and G. Mullineuxb: Singularities in five-axis machining: Cause, effect and avoidance, *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, Vol.116 (2017), pp.40.
- 3) Y. Huang and J.H. Oliver: Non-Constant Parameter NC Tool Path Generation of Sculptured Surfaces, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol.9 (1994), pp.281.
- 4) T. Sekine and T. Obikawa: Normal-Unit-Vector-Based Tool Path Generation Using a Modified Local Interpolation for Ball-End Milling, *J. Adv. Mech. Des. Sys. Manuf.*, Vol.4, No.7 (2010), pp.1246.
- 5) T. Obikawa and T. Sekine: A Higher-Order Formula of Path Interval for Tool-Path Generation, *Int. J. Automation Technol.*, Vol.5 (2011), pp.663.
- 6) G.W. Vickers and K.W. Quan: Ball-Mills Versus End-Mills for Curved Surface Machining, *Trans. ASME, J. Eng. Industry*, Vol.111 (1989), pp.22.
- 7) R. Sarma: Flat-Ended Tool Swept Sections for Five-Axis NC Machining of Sculptured Surfaces, *Trans. ASME, J. Manuf. Sci. Eng.*, Vol.122 (2000), pp.158.
- 8) T. Sekine and T. Obikawa: Novel path interval formulas in 5-axis flat end milling, *Applied Mathematical Modelling*, Vol.39 (2015), pp.3459.
- 9) T. Sekine and T. Obikawa: Derivation of path interval formula in 5-axis flat end milling (1st report : Geometric formulation of the path interval), *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.57 (2013), pp.729 (in Japanese).
- 10) T. Sekine and T. Obikawa: Derivation of path interval formula in 5-axis flat end milling (2nd report : Numerical consideration of the path interval formula), *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.58 (2014), pp.36 (in Japanese).
- 11) T. Sekine, H. Kusama, and O.A. Hassan: Experimental verification of a path interval formula in flat end milling : In the case of considering a tool inclination angle along a feed direction, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.60 (2016), pp.204. (in Japanese).
- 12) S. Bedi, F. Ismail, M.J. Mahjoob, Y. Chen: Toroidal versus ball nose and flat bottom end mills, *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol.13 (1997), pp.326.
- 13) J.M. Redonnet, S. Djebali, S. Segonds, J. Senatore and W. Rubio: Study of the effective cutter radius for end milling of free-form surfaces using a torus milling cutter, *Computer-Aided Design*, Vol.45 (2013), pp.951.
- 14) T. Sekine, T. Obikawa and M. Hoshino: Establishing a Novel Model for 5-Axis Milling with a filleted end mill, *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, Vol.6, No.2 (2012), pp.296.
- 15) T. Sekine: A consideration of path interval formula in multi-axis filleted end milling, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.59 (2015), pp.86 (in Japanese).
- 16) T. Sekine: A 3D geometrical consideration of path interval in filleted end milling, *J. Jpn. Soc. Abras. Technol.*, Vol.60 (2016), pp.515 (in Japanese).
- 17) T. Sekine and A.H. Mwladdawilah: Experimental verification of a path interval algorithm in filleted end milling - In the case of considering a tool inclination angle along a feed direction -, *J. Fac. Sci. Tech., Seikei Univ.*, Vol.54, No.2 (2017), pp.1 (in Japanese).